

宽带 LFM 信号瞬时频率和二维到达角联合估计

黄克骥, 田 达, 陈天麒

(电子科技大学电子工程系, 四川成都 610054)

摘 要: 针对非平稳的宽带线性调频信号(LFM), 本文利用了对称阵元分布(WVD)将原始数据投影到时频波束空间建立了一种新颖的具有分维结构的时空分布数据模型, 然后采用 Beamspace-ESPRIT 算法、子空间投影法获得了信号瞬时频率和二维到达角的联合估计. 仿真实验证明算法精度较好, 计算量小, 具有很好的实用性.

关键词: 宽带线性调频信号; 瞬时频率; 时频波束空间

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 06-0990-04

Joint Instantaneous Frequency and 2-D AOA Estimation of Wideband LFM Signals

HUANG Ke-ji, TIAN Da, CHEN Tian-qi

(Dept. of Electronic Technology, UESTC, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: The Wigner-Ville distributions of symmetrical sensors are used to project the data from element space to time-frequency beamspace, then a novel spatial time-frequency data model with a separable structure is achieved. Based on this model, beamspace-ESPRIT and subspace projection can be used respectively to get the instantaneous frequency and 2-D AOA of impinging signals. Simulation shows the efficacy of the proposed algorithm.

Key words: wideband LFM signals; instantaneous frequency; time-frequency beamspace

1 引言

近年, 将时频分析与阵列信号处理相结合估计空间非平稳信号到达角参数成为信号处理研究的热点之一. 但迄今为止, 已提出的大多数时频空方法都建立在窄带信号模型基础上, 不能有效估计宽带信号参数及其到达角. Gershman^[1]提出了基于空间时频分布的宽带 LFM 信号 DOA 估计算法, 但该方法应用了短时变换和矩阵插值, 计算复杂, 精度不高. 而文[2]则提出了一种基于时域补偿的估计算法, 该算法要求到达角的初始值, 计算量很大, 整个补偿迭代过程的收敛性也不能得到保证. 利用文献[3]频域波束空间的基本思想和文[4]、[5]对称阵元 Wigner-Ville 分布的处理过程, 本文建立了基于对称阵元 Wigner-Ville 分布的时频域波束空间数据模型. 在新的时频空模型中可以方便实现瞬时频率向量和信号方向向量的分维处理. 采用 Beamspace-ESPRIT 算法、子空间投影法获得了瞬时频率和二维到达角的高精度联合估计, 同时避免了聚汇和插值等繁琐的变换. 由于整个处理过程建立在时频域中的 Wigner-Ville 分布基础上, 因而新的瞬时频率和到达角联合估计算法具有比已有频域波束空间算法更好的低信噪比性能. 计算机仿真结果证明了本文所述算法的有效性及其上述性能.

2 基于对称阵元 WVD 分布的时频波束空间数据模型

2.1 宽带线性调频信号阵列模型

假设 P 个宽带线性调频信号入射到 $4M - 3$ 个阵元构成的沿 x, y 轴分布并相

对于原点对称的空间十字型阵列上 (阵列结构和阵元编号如图 1 所示), 第 i 阵元的位置坐标为 $(x_i, y_i, 0)$. 如果把对称阵列中心的阵元作为坐标原点 (参考阵元), 并把阵元按

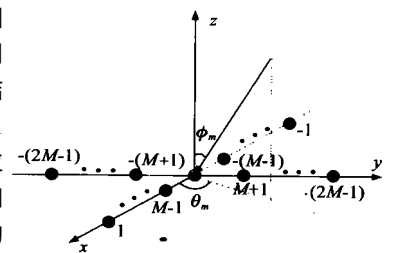


图 1 十字型阵列结构图

对称性依次编号为 $-(2M - 1), -(2M - 2), \dots, 2M - 1$, 则第 i 个阵元的输出为:

$$x_i(t) = \sum_{n=1}^P s_n(t - \tau_{in}) + v_i(t), \quad i = -(2M - 1), \dots, 1, \dots, 2M - 1 \quad (1)$$

$$\tau_{in} = \frac{1}{c} (x_i \cos \theta_n \sin \phi_n + y_i \sin \theta_n \sin \phi_n) \quad (2)$$

$$s_n(t) = A_n e^{j(2f_{n0}t + K_n t^2 + \phi_n)}, n = 1, 2, \dots, P \quad (3)$$

这里的 $\{s_n(t)\}_{n=1}^P$ 为互不相关的宽带线性调频信号, $\{A_n\}_{n=1}^P$ 为信号幅度, $\{f_{n0}\}_{n=1}^P$ 、 $\{K_n\}_{n=1}^P$ 和 $\{\phi_n\}_{n=1}^P$ 分别是信号的初始频率、调频斜率和初始相位. $\{v_i(t)\}_{i=-2M-1}^{2M-1}$ 为相互独立且与信号无关的高斯白噪声. $\{n, \phi_n\}_{n=1}^P$ 为入射信号的二维到达角参数. t_{in} 是 $s_n(t)$ 信号在第 i 阵元相对于参考阵元的延时. 第 i 阵元到参考阵元的距离我们用 d_i 表示. 假设第 $-i$ 阵元与第 i 阵元关于参考阵元对称, 记

$$d_{-i} = -d_i \quad (4)$$

相应地, 记

$$t_{-in} = -t_{in} \quad (5)$$

2.2 对称阵元 WVD 分布

设相对于参考阵元位置对称的第 $-i$ 阵元和第 i 阵元之间的互 Wigner 分布函数 $h_i(t, f)$ 为

$$h_i(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x_{-i}(t + \tau) x_i^*(t - \tau) e^{-j4f\tau} d\tau \quad (6)$$

将式(1)代入式(6), 可得:

$$h_i(t, f) = \sum_{n=1}^P \text{auto}_{in}(t, f) + \text{scross}_i(t, f) + h_{m_i}(t, f) + h_{m_i}(t, f) \quad (7)$$

这里,

$$\text{auto}_m(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} s_n(t - \tau - t_{in} + \tau) s_n^*(t - \tau - t_{in} - \tau) e^{-j4f\tau} d\tau \quad (8)$$

是第 n 个信号在第 i 阵元输出和第 $-i$ 阵元输出的互 Wigner-Ville 分布的自分布项, 而

$$h_{\text{scross}_i}(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} s_l(t - \tau - t_{il} + \tau) s_n^*(t - \tau - t_{in} - \tau) e^{-j4f\tau} d\tau \quad (9)$$

$$h_{m_i}(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \{ s_n(t - \tau - t_{in} + \tau) v_i^*(t - \tau) e^{-j4f\tau} d\tau + s_n^*(t - \tau - t_{in} - \tau) v_i(t + \tau) e^{-j4f\tau} d\tau \} \quad (10)$$

$$h_{m_i}(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} v_{-i}(t + \tau) v_i^*(t - \tau) e^{-j4f\tau} d\tau \quad (11)$$

$h_{\text{scross}_i}(t, f)$ 和 $h_{m_i}(t, f)$ 分别是信号与信号, 信号与噪声之间交叉项之和, $h_{m_i}(t, f)$ 是第 $-i$ 阵元和第 i 阵元噪声之间的 Wigner-Ville 分布交叉项.

2.3 时频波束空间数据模型

将式(3)带入式(8)可得:

$$\text{auto}_{in}(t, f) = A_n^2 e^{j4f_n(t) t_{in}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j4f_n(\tau)} e^{-j4f\tau} d\tau \quad (12)$$

设采样间隔为 T_s , 采样频率为 f_s , 伪 Wigner-Ville 分布 (PWVD) 的窗函数长度为

$$N_1 = 2L + 1 \quad (13)$$

将式(12)写成离散形式 ($t = lT_s, f = kf_s/N_1$):

$$\begin{aligned} \text{auto}_{in}(l, k) &= \text{auto}_{in}(lT_s, kf_s/N_1) \\ &= A_n^2 e^{j4f_n(l) t_{in}} \sum_{m=-L}^L e^{j4f_n(l)m} e^{-j4mk/N_1} \end{aligned} \quad (14)$$

l 时刻瞬时频率和瞬时数字频率分别为

$$f_n(l) = f_{n0} + K_n l T_s \quad (15)$$

$$F_n(l) = f_n(l) T_s \quad (16)$$

将式(7)离散化并将式(14)带入, 可得

$$\begin{aligned} h_i(l, k) &= A_n^2 \sum_{n=1}^P e^{j4f_n(l) t_{in}} \sum_{m=-L}^L e^{j4F_n(l)m} e^{-j4mk/N_1} + CR(l, k) \\ &= A_n^2 \sum_{n=1}^P e^{j4f_n(l) t_{in}} \text{sinc}(F_n(l) - \frac{k}{N_1}) + CR(l, k) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{sinc}(f) = \frac{\sin(2N_1 f)}{\sin(2f)} \quad (18)$$

式中 $CR(l, k)$ 为交叉项(9)~(11)之和的离散形式. 假设各个信号 Wigner-Ville 分布明显分开, 在 Wigner-Ville 分布图上简单地搜索出 l 时刻第 n 信号的谱峰 (在此谱峰下仅含有一个信号). 在低信噪比时为避免交叉项和噪声产生的虚假谱峰, 可采取一些预估方法先确定瞬时频率背脊所在的大致位置. 现假设 l 时刻第 n 信号谱峰频率位置为 k_0 , 在此谱峰上加一单边宽度为 L_1 (L_1 很小) 的单位矩形窗, 把 l 时刻对称阵元 Wigner-Ville 分布函数中第 n 信号背脊附近的时频点截取出来. 则加窗截取后的数据向量为:

$$H_i(k_0) = [h_i(l, k_0 - L_1), \dots, h_i(l, k_0), \dots, h_i(l, k_0 + L_1)]^T \quad (19)$$

由于在第 n 信号背脊上的时频点 (非公共时频点) 上, 各交叉项以及其他信号自项的数值很小, 与第 n 信号自项相比可以暂不考虑. 假如谱峰位置不靠近 0 和 $N_1/2$, 则式(17)化简可得

$$H_i(k_0) = A_n^2 e^{j4f_n(l) t_{in}} d(F_n(l)) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} d(F_n(l)) &= [\text{sinc}(F_n(l) - \frac{k_0 - L_1}{N_1}), \dots, \text{sinc}(F_n(l) - \frac{k_0}{N_1}), \\ &\dots, \text{sinc}(F_n(l) - \frac{k_0 + L_1}{N_1})]^T \end{aligned} \quad (21)$$

将所有对称阵元 WVD 写成矩阵形式:

$$\begin{aligned} H &= [H_1(k_0), H_2(k_0), \dots, H_{2M-1}(k_0)] \\ &= A_n^2 d(F_n(l)) a^T(f_n(l), n) \end{aligned} \quad (22)$$

$$a(f_n(l), n) = [e^{j4f_n(l)(d_{1/c}) \sin(\theta_n)}, \dots, e^{j4f_n(l)(d_{2M-1/c}) \sin(\theta_n)}]^T \quad (23)$$

式(22)称为时频波束空间数据模型, 从模型中可以看出方向向量 $a(f_n(l), n)$ 与瞬时数字频率向量 $d(F_n(l))$ 可以分离, 有利于实现联合估计. 同时方向向量 $a(f_n(l), n)$ 中含有瞬时频率, 如果 $f_n(l)$ 估计不精确, 将会导致 a 的较大偏差. 因此需要找到一种高精度的瞬时频率估计算法.

3 基于 Beamspace-ESPRIT 方法的瞬时频率估计

将式(22)两端右乘以一非零 $(M+1) \times 1$ 的向量 r , 并注意到 $a^T(F_n(l), n) r$ 的计算结果为一标量. 因此 $Hr = c_1 d(F_n(l))$, 其中 c_1 为未知复数.

由式(17)、(18)可得

$$d(F_n(l)) = \begin{bmatrix} e^{j4l(k_0 - L_1)/N_1} & \dots & \dots & e^{-j4l(k_0 - L_1)/N_1} \\ e^{j4(k_0/N_1)L} & \dots & \dots & e^{-j4(k_0/N_1)L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{j4l(k_0 + L_1)/N_1} & \dots & \dots & e^{-j4l(k_0 + L_1)/N_1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ e^{j4 F_n(l)} \\ e^{j4 F_n(l)} \\ \dots \\ e^{j4 F_n(N_1 - 1) F_n(l)} \end{bmatrix} e^{-j4 L F_n(l)} \quad (24)$$

对 $d(F_n(l))$ 应用 Beamspace-ESPRIT 算法估计信号瞬时频率(具体证明可见文[6]), 得到

$$\begin{aligned} F_n(l) &= \frac{1}{4} \arg\{d(F_n(l))\}^H \mathbf{H}_1^H (L_1 - \frac{1}{L_1} \mathbf{1}\mathbf{1}^T) d(F_n(l)) \quad (25) \\ &= \text{diag}\{e^{j4 I(k_0 - L_1)/N_1 L}, \dots, e^{-j4 (k_0/N_1)L}, \dots, e^{-j4 I(k_0 + L_1)/N_1 L}\} \\ \mathbf{1} &= \text{diag}\{e^{-j4 I(k_0 - L_1)/N_1 L}, \dots, e^{-j4 (k_0/N_1)L}, \dots, e^{-j4 I(k_0 + L_1)/N_1 L}\} \end{aligned}$$

考虑标量 c_1 对上式结果没有影响, l 时刻数字瞬时频率估计为:

$$F_n(l) = \frac{1}{4} \arg\{(\text{Hr})^H \mathbf{H}_1^H (L_1 - \frac{1}{L_1} \mathbf{1}\mathbf{1}^T) (\text{Hr})\} \quad (26)$$

$\mathbf{1}$ 为所有元素都为 1 的 $2(L_1 + 1) \times 1$ 的列向量, L_1 为 $(2L_1 + 1)$ 的单位矩阵. 由式(16)可得 l 时刻的瞬时频率估计

$$f_n(l) = F_n(l) / T_s \quad (27)$$

4 基于子空间投影的信号二维到达角估计

信号到达角 (DOA) 信息包含在阵列方向矢量 $\mathbf{a}(f_n(l), n)$ 中, 因此, 只要求得这一矢量, 就不难得到信号的到达角估计. 与上节类似, 假设 \mathbf{u} 为 $(2L_1 + 1) \times 1$ 非零向量, 则由式(24)左乘以 \mathbf{u}^T 可以得到:

$$\mathbf{u}^T \mathbf{H} = c_2 \mathbf{a}^T(f_n(l), n) \quad (28)$$

c_2 为未知复数, 将上式转置得

$$\mathbf{V}(f_n(l), n) = \mathbf{H}^T \mathbf{u} = c_2 \mathbf{a}(f_n(l), n) \quad (29)$$

根据对称 L 阵列在到达角估计中的分维特性, 对式(29)中空间时频分布模型按相关阵元在 x 轴和 y 轴的位置划分为 $\mathbf{V}_x(l)$ 和 $\mathbf{V}_y(l)$,

$$\mathbf{V}_x(l) = \mathbf{J} [\mathbf{I}_{M \times M}, \mathbf{0}_{M \times (M-1)}] \mathbf{V}(f_n(l), n) = c_3 \mathbf{a}(u_n, l) \quad (30)$$

$$\mathbf{V}_y(l) = [\mathbf{0}_{M \times (M-1)}, \mathbf{I}_{M \times M}] \mathbf{V}(f_n(l), n) = c_3 \mathbf{a}(v_n, l) \quad (31)$$

$$u_n = \cos(\theta_n) \sin(\phi_n), \quad v_n = \sin(\theta_n) \sin(\phi_n) \quad (32)$$

\mathbf{J} 为交换矩阵(反对角线元素为 1, 其它元素为 0)

$$\mathbf{a}(u_n, l) = [1, e^{j4 f_n(l)(d/c)u_n}, \dots, e^{j4 f_n(l)(M-1)(d/c)u_n}]^T \quad (33)$$

$$\mathbf{a}(v_n, l) = [1, e^{j4 f_n(l)(d/c)v_n}, \dots, e^{j4 f_n(l)(M-1)(d/c)v_n}]^T \quad (34)$$

由式(30)不难发现, $\mathbf{V}_x(l)$ 位于 $\mathbf{a}(u_n, l)$ 张成的空间里面, 因此有

$$\mathbf{P}_A \mathbf{V}_x(l) = \mathbf{0} \quad (35)$$

$\mathbf{P}_A = \mathbf{I} - \mathbf{a}(u_n, l) (\mathbf{a}(u_n, l))^H \mathbf{a}(u_n, l)^{-1} \mathbf{a}(u_n, l)^H$ 是信号空间的正交投影矩阵.

从式(35)中可以得到下面的 n 信号 DOA 估计搜索函数

$$J_n(u) = \sum_{l=1}^D (\mathbf{V}_x(t_l))^H \mathbf{P}_A \mathbf{V}_x(t_l) \quad (36)$$

式中 D 为我们所选择的用于测向的时频点个数, t_l 为选择用于测向的时刻, 由上式可得

$$\hat{\theta}_n = \min(J_n(u)) \quad (37)$$

同理可估计出 $\hat{\phi}_n$. 由方向余弦的表达式可获得信号的二维到达角估计值为:

$$\hat{\alpha}_n = \arctan(\frac{\hat{\theta}_n}{\hat{\phi}_n}), \quad \hat{\phi}_n = \arcsin(\sqrt{\hat{\theta}_n^2 + \hat{\phi}_n^2}) \quad (38)$$

从式(38)估计出第 n 信号的 2-D 到达角, 同理可以通过相同步骤实现其它入射信号 2-D 到达角的逐一估计. 式(36)是一个搜索函数, 选择的时频点越多搜索的计算量越大但精度更高. 为减少计算量又保证 DOA 估计精度, 可先选取较少的时频点粗略估计信号 DOA, 然后再选取更多的时频点在初始值附近做局部搜索获得高精度估计.

5 仿真实验

假设两信号 $s_1 = A_1 e^{j(B_1/T) t^2 + 2 f_{10} t}$ 和 $s_2 = A_2 e^{j(B_2/T) t^2 + 2 f_{20} t}$ 分别以 $\theta_1 = 36^\circ, \phi_1 = 10^\circ$ 和 $\theta_2 = 60^\circ, \phi_2 = 81^\circ$ 入射到阵元数为 13 的沿 x, y 轴分布且关于原点对称的均匀线阵上. 信号初始频率为 $f_{10} = 190\text{MHz}, f_{20} = 150\text{MHz}$, 信号带宽为 $B_1 = 40\text{MHz}, B_2 = 30\text{MHz}$, 采样频率 $f_s = 600\text{MHz}$.

实验 1 快拍数 $N = 300$, 选

取的时频点数 $D = 20$, 研究算法估计性能与信噪比的关系. 图 2 为信号 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的瞬时频率估计的均方根误差 (RMSE) 曲线. 图 3 为入射信号方位角估计的 RMSE 随信噪比 (SNR) 变化的曲线. 图 4 为入射信号俯仰角估计的 RMSE 随信噪比变化曲线.

仿真数据均为 100 次 Monte-Carlo 实验结果.

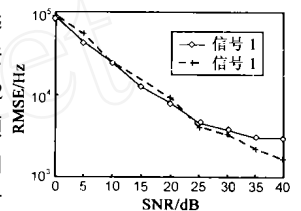


图 2 瞬时频率估计的性能曲线

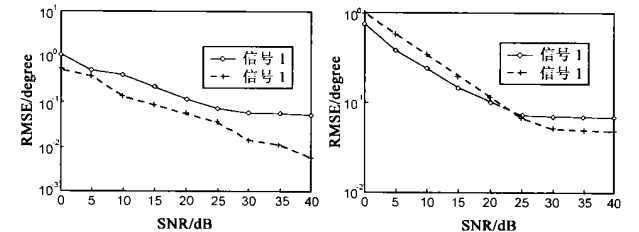


图 3 方位角估计的性能曲线 图 4 俯仰角估计的性能曲线

实验 2 算法在不同快拍数条件下的估计精度. 信噪比选定为 10dB, 测向的时频点数选定为 20 点, 表 1 中所列数据均为均方根误差 (RMSE).

表 1 瞬时频率和到达角估计精度与快拍数的关系

快拍数	信号 1			信号 2		
	瞬时频率 (赫兹)	方位角 (度)	俯仰角 (度)	瞬时频率 (赫兹)	方位角 (度)	俯仰角 (度)
150	6.3715×10^4	0.6612	0.6136	6.8712×10^4	0.4291	0.6211
200	4.3921×10^4	0.4217	0.4839	4.6769×10^4	0.2638	0.3931
300	2.3769×10^4	0.3924	0.2397	2.3125×10^4	0.1333	0.3410
600	1.6139×10^4	0.1721	0.1693	1.7326×10^4	0.0933	0.1377

6 结论

本文研究了非平稳的宽带线性调频信号瞬时频率估计和到达角估计问题. 通过对称阵元 Wigner-Ville 分布将原始阵元空间映射到时频波束空间, 结合 Beamspace-ESPRIT 算法和子空间投影的思想, 提出了一种新颖的瞬时频率和二维到达角联合估计算法. 该算法保留了已有的时频空方法处理非平稳信号的优点, 而且具有处理多个宽带信号的能力, 算法所建立的数据模型未作近似处理, 因此不存在模型误差, 参数估计精度更高. 已提出的时频空算法假设信号时频特性已知或需要通过单通道数据估计来间接获得信号时频特征, 而时频波束空间模型中包含可分维的瞬时频率向量和方向向量, 可以实现对信号瞬时频率和到达角的联合估计, 计算更简便, 实用性更强.

参考文献:

- [1] A B Gershman, M G Amin. Wideband direction of arrival estimation of multiple chirp signals using spatial time-frequency distributions[J]. IEEE Signal Processing Lett, 2000, 7: 152 - 155.
- [2] G Wang, X G Xia. Iterative algorithm for direction of arrival estimation with wideband chirp signals[J]. Proc Inst Elect Eng Radar Sonar Nav-

ig, 2000, 147: 233 - 238.

- [3] M D Zoltowski, C P Mathews. Real-time frequency and 2-D angle estimation with sub-Nyquist spatio-temporal sampling[J]. IEEE Trans on SP, 1994, 42(10): 2781 - 2794.
- [4] Ke-ji Huang, Da Tian, Tian-qi Chen. Direction-of-arrival estimation of wideband chirp signals using the wigner distribution of symmetrical sensor array[A]. Proc IEEE International Conference on Communications Circuits and Systems and West Sino Expositions [C]. Chengdu, Sichuan, China: IEEE Society, 2002. (2): 1025 - 1028.
- [5] 黄克骥, 田达, 陈天麒. 基于对称阵列 Wigner-Ville 分布的宽带线性调频信号 DOA 估计[J]. 信号处理, 2003, 19(2): 104 - 107.
- [6] 王激扬, 黄佑勇, 陈天麒. 任意几何结构阵列下的空间信号频率估计[J]. 电子与信息学报, 2001, 23(5): 431 - 437.

作者简介:

黄克骥 男, 1974 年出生于重庆市, 电子科技大学博士研究生, 主要从事阵列信号处理及校正, 信号多参量估计, 时频分析等.

田达 男, 1975 年生于江苏南京, 博士生, 目前兴趣为谱估计, 阵列信号处理算法研究和系统实现, DSP 技术, 非平稳信号处理.

陈天麒 男, 1938 年生于四川泸州, 电子科技大学教授、博士生导师, 主要从事自适应信号处理, 阵列信号处理, 信号多参量估计与跟踪, 高阶谱估计, 多传感器数据融合及电子工程系统等方面的研究工作, 已发表学术论文 100 余篇.

www.cnki.net